МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

обучающимся по организации индивидуальной подготовки к ЕГЭ 2020 года

МАТЕМАТИКА (профильный уровень)

(по материалам сайта ФГБНУ "Федеральный институт педагогических измерений")

Подготовка будет эффективной, если Вы будете систематически заниматься. На экзамене разрешается пользоваться только теми справочными материалами, которые находятся в работе (пять тригонометрических формул сразу после инструкции по выполнению работы). При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой. Минимальный балл ЕГЭ по математике профильного уровня – 6 первичных баллов (27 тестовых баллов). На основе результатов выполнения всех заданий экзаменационной работы определяются первичные баллы, которые затем переводятся в тестовые по 100-балльной шкале. При самостоятельной подготовке к экзамену рекомендуется использовать следующую таблицу, включающую все темы и элементы содержания, которые могут быть проверены на едином государственном экзамене по математике. Отметьте, какие темы Вы уже изучили / повторили, а какие ещё предстоит изучить / повторить. Так Вы сможете спланировать свою подготовку к экзамену.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Рзе | № задания | Элементы содержания | Пройдено | Необходимо изучить / повторить |
| Алгебра | 1  9  17  19 | Целые, дробные числа, действия с рациональными числами, проценты.  Значение выражения: рационального, иррационального, тригонометрического, показательного, логарифмического  Решение задачи с экономическим содержанием, задачи на оптимальный выбор  Построение и исследование математических моделей |  |  |
| Уравнения и неравенства | 5  10  11  13  15 | Квадратные, рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения  Работа с формулой – применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки  Решение текстовой задачи  Решение рационального, тригонометрического, показательного, логарифмического уравнения; решение рациональных неравенств  Решение рационального, показательного, логарифмического неравенства |  |  |
| Функции | 2  18 | Табличное и графическое представление данных. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях  Элементарное исследование функций, решение уравнений и неравенств |  |  |
| Начала математического анализа | 7  12 | По графику: геометрический смысл производной, уравнение касательной; применение производной к исследованию функции |  |  |
| Геометрия | 3  6  8  14  16 | Геометрия на «клетках»: длина отрезка, величина угла, площадь фигуры. Треугольник, параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция, окружность и круг: длина отрезка, величина угла, площадь фигуры.  Призма, пирамида, многогранники, цилиндр, конус, шар и сфера: длина, величина угла, площадь, объём  Решение стереометрической задачи Решение планиметрической задачи |  |  |
| Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей | 4 | Вероятность события |  |  |

Рекомендуем Вам придерживаться следующих этапов индивидуальной подготовки.

1. **Определить уровень подготовки**

Для подготовки к экзамену нужно определить уровень своих знаний и умений. Советуем решить три-пять разных вариантов, соответствующих демонстрационному варианту ЕГЭ профильного уровня 2020 г., из печатных или электронных учебных пособий. Лучше использовать варианты из проверенных источников, таких как сборники заданий, прошедшие научно-методическую оценку в ФГБНУ «ФИПИ», бесплатные авторитетные интернет-ресурсы (сервис «Мои достижения», Яндекс.Школа и другие). На выполнение каждого варианта следует отводить не менее трёх часов (или как на экзамене – 3 часа 55 минут). Результаты нужно занести в лист достижений – таблицу, в которой столбик – вариант (номер варианта, работы), а строчки – номера заданий, например, обозначая правильные ответы знаком «+», а неправильные знаком «–».

Лист достижений

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 вариант | 2 вариант | … |
| 1 задание |  |  |  |
| 2 задание |  |  |  |
| … |  |  |  |

В листе достижений будут видны задания, при выполнении которых возникли трудности (знак «–»). Лист достижений позволит определить уровень подготовки и темы, задания по которым решаются всегда правильно, решаются не всегда правильно и не решаются или решаются неверно.

Демонстрационный вариант КИМ ЕГЭ по математике (профильный уровень), Кодификатор элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена по математике (профильный уровень) и Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения единого государственного экзамена по математике (профильный уровень) размещены на сайте ФГБНУ «ФИПИ» в соответствующем разделе или по ссылке http://fipi.ru/materials.

1. **Сформулировать цель сдачи экзамена**

Для подготовки к экзамену нужно определить цель сдачи экзамена. Для того, чтобы пройти государственную итоговую аттестацию (набрать не менее 6 первичных баллов) достаточно выполнять задания с кратким ответом базового уровня сложности. Для поступления в вуз, который не предъявляет высоких требований к уровню математической подготовки абитуриентов, может хватить и 60 баллов, достаточно решить все задания с кратким ответом. Для поступления в вуз, который не предъявляет высоких требований к уровню математической подготовки абитуриентов, но требует набрать более 60 баллов, кроме всех заданий с кратким ответом, нужно уверенно решать два-три задания с развёрнутым ответом. Для поступления в вуз с большим конкурсом, который предъявляет высокие требования к уровню математической подготовки абитуриентов, следует подготовиться к успешному выполнению почти всех заданий экзаменационной работы. Структура экзаменационной работы соответствует этим разным целям сдачи экзамена: – первые восемь заданий рассчитаны на тех, кто хочет лишь преодолеть минимальный балл или планирует поступать в вузы с минимальными требованиями к результатам ЕГЭ профильного уровня; – верное выполнение следующих четырёх заданий позволит Вам претендовать на поступление в массовые технические вузы с невысоким конкурсом; – выполнение следующих четырёх заданий уже позволяет бороться за место в ведущих региональных университетах и в ведущих вузах страны на специальности со средним конкурсом; – последние три задания позволят Вам показать высокий уровень математической подготовки и побороться за место в ведущих вузах страны на специальности с высоким конкурсом.

1. **Выстроить стратегию подготовки к экзамену**

Верно сформулированная цель с учётом уровня подготовки позволит спокойно готовиться к экзамену. Если цель – только сдать экзамен, а уровень подготовки – минимальный или базовый, то нужно тренироваться выполнять задания, которые хорошо получаются, добиваться стабильного верного их решения. При переходе к решению новых задач сначала изучите материал по учебникам, а затем с использованием видеоуроков, печатных и электронных учебных пособий переходите к решению задач. В первую очередь следует обратить внимание на правильность понимания вопроса задания, верность вычислений. Если цель – поступить в вуз, не предъявляющий высоких требований к уровню математической подготовки абитуриентов, получить 60–70 баллов при текущем базовом уровне подготовки, нужно верно решать все задания с кратким ответом и обязательно одно-два задания с развёрнутым ответом (чтобы получить хотя бы 1–2 балла). При подготовке к экзамену все вычисления должны выполняться без калькулятора (как на экзамене). На черновике нужно записывать выражение, преобразование выражения с использованием законов сложения и умножения, формул сокращённого умножения и вычисления «в столбик». В самом решении – писать порядок действий, записывать подробно приведение дробей к общему знаменателю, сложение, вычитание, умножение и деление дробей. После каждого действия надо делать проверку обратным действием, поскольку самые распространённые ошибки в заданиях части 1 – вычислительные ошибки. Если допущена ошибка, ответ получается неверный, и тогда за задание выставляется 0 баллов. Среди первых 12 заданий с кратким ответом нужно выявить (с помощью листа достижений) те задания, которые Вы можете выполнить, содержание которых Вам понятно, и продолжать их решать, доводя до получения стабильного верного результата. Потом нужно переходить к тем заданиям, выполнение которых вызывает затруднения, и с помощью учебника и пособий попробовать понять причину затруднения. При выполнении таких заданий простая сверка полученного ответа с эталонным ничего не даёт, нужно учиться их решать с помощью печатных и электронных учебных пособий. При решении каждого задания важно пройти все этапы: а) внимательно прочитать условие, выделить в тексте ключевые моменты; б) выполнить вычисления (рассуждения), обычно нужно сделать 1–2 шага; в) зафиксировать полученный ответ; г) проверить правильность ответа, решив обратную задачу, или подставив корни в уравнение, или оценив полученный ответ оценкой (прикидкой) ожидаемого результата, а при решении задачи можно проверить реалистичность полученного ответа; д) прочитать ещё раз вопрос в задании и убедиться, что ответ получен именно на него; е) записать ответ в бланк ответов № 1. После прохождения всех этапов решения задания должно сформироваться внутреннее убеждение: «Я сделал задание верно!» При решении заданий нежелательно пользоваться справочными материалами: все необходимые формулы и теоремы по планиметрии и стереометрии, правила нахождения производных и формулы производных элементарных функций должны быть уже «в голове», не говоря о тригонометрических формулах, свойствах логарифмов, степеней, процентов. Если есть проблема с запоминанием формул, их нужно распечатать на отдельных листочках и постоянно повторять – за период подготовки к экзамену (не меньше месяца) они запоминаются. Оптимальная стратегия подготовки к экзамену – набрать из открытых банков заданий по всем 12 линиям заданий с кратким ответом, из них на каждый день составлять себе тренировочный вариант, решать каждое задание, выполняя все шаги, засекая время выполнения. Отдельно рассмотреть решение заданий, которые не получились, зафиксировать эти задания, чтобы вновь решать их через какое-то время. Торопиться при решении не надо! Решать варианты и задания нужно самостоятельно – без калькулятора, справочников, Интернета, звонков другу… Для поступления в вуз, где требуются высокие и очень высокие баллы (более 60), нужно учиться решать задания всего варианта. Изложенная выше стратегия подготовки к экзамену конкретизируется по многим параметрам – алгоритма выполнения заданий и времени, затраченного на выполнение заданий 1–12. На выполнение всех заданий с кратким ответом нужно отводить 40–60 минут, торопиться не надо, это ведёт к вычислительным ошибкам, особенно при счёте в уме, невнимательному прочтению условия. В конечном итоге это приводит к потере баллов. Для решения заданий с развёрнутым ответом Вам должны быть известны разные методы решения рациональных, иррациональных, тригонометрических, показательных, логарифмических уравнений, рациональных, показательных, логарифмических неравенств, в том числе и с использованием свойств логарифмических, показательных, степенных и тригонометрических функций. Нужно уметь исследовать уравнение, неравенство или их систему не только на количество решений в зависимости от параметра с использованием разных методов (аналитического, графического, геометрического и других). Для решения задач с экономическим содержанием нужно знать и уметь решать основные типы таких задач на кредиты, вклады; знать основные методы решения задач на оптимальный выбор. Для успешного решения геометрических задач нужно знать не только основные свойства геометрических фигур на плоскости и в пространстве (это позволяет выполнять задания с кратким ответом) – чем больше Вы знаете фактов о треугольниках, четырёхугольниках, окружности и их взаимном расположении, тем лучше. Все эти факты надо знать и уметь применять уже сейчас. Нужно владеть большим объёмом информации – знать определения, свойства и признаки параллельности прямых в пространстве, параллельности прямой и плоскости, параллельности плоскостей; определения, свойства и признаки перпендикулярности прямых в пространстве, перпендикулярности прямой и плоскости, перпендикулярности плоскостей; теорему о трёх перпендикулярах; о скрещивающихся прямых, многогранниках, телах вращения. В решении некоторых задач может быть применён векторно-координатный метод. В период подготовки к экзамену всем этим вопросам нужно уделить время. Оптимальная стратегия подготовки к экзамену – тематическая подготовка, основанная на материалах открытого банка ФИПИ, сборниках, прошедших научно-методическую оценку ФИПИ, и других авторитетных источников. Тренировочные варианты следует решать не более двух раз в неделю, отдельно решая задания по темам, которые усвоены плохо.

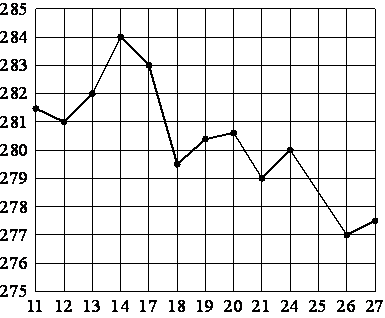
1. **Выстроить график подготовки к экзамену**

Заниматься математикой нужно постоянно, желательно каждый день, чередуя повторение тем с решением полных вариантов. Каждое занятие должно включать в себя решение задач трудных тем и тренировочных вариантов. Трудным темам надо уделить больше времени – обратиться к учебнику, видеоурокам, пособиям. При этом в зависимости от выбранных целей экзамена и текущего уровня знаний, повторение определённых тем можно исключить. В период подготовки к экзамену важно накопить опыт решения разных задач. Оптимальный график подготовки к экзамену для тех, кто выбирает «60 минус» – набрать из открытых банков или готовых подборок Яндекс.Школы типы заданий по всем 12 заданиям с кратким ответом, из них на каждый день составлять себе тренировочный вариант, решать каждое задание, выполняя все шаги, засекая время выполнения. Отдельно рассмотреть решение заданий, которые не получились, чтобы вновь решать их через какое-то время. Занятие по математике должно продолжаться столько, чтобы успеть выполнить всё запланированное. Оптимальный график подготовки к экзамену для тех, кто выбирает «60 плюс» – набрать из открытых банков или печатных учебных пособий тренировочные варианты и каждый день выполнять не более одного варианта, отдельно решая задания по тем темам, которые усвоены плохо. На каждом занятии нужно решать как задания по алгебре, так и задания по геометрии. Нужно накапливать опыт решения задач.

Рассмотрим подробнее задания, при выполнении которых наблюдается статистически заметное отсутствие ответа, а также некоторое количество заданий, где проявившаяся ошибка не является очень массовой, но может быть устранена на этапе подготовки к экзамену.

**Задание 2**

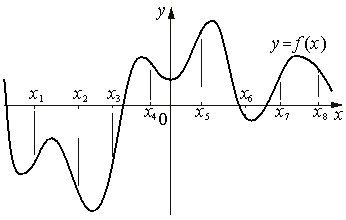
На рисунке жирными точками показана цена унции золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 11 по 27 июля 2000 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали —цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена унции золота на момент закрытия торгов была наибольшей за указанный период.

****

**Рекомендация.** При подготовке к экзамену не использовать однотипные варианты подряд.

**Задание 7**

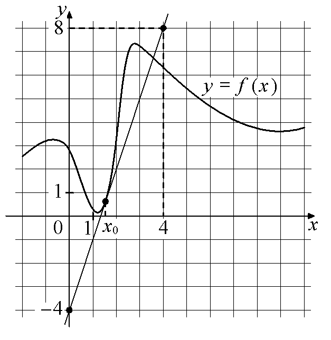
На рисунке изображён график функции y=f(x). На оси абсцисс отмечены восемь точек: x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8. В скольких из этих точек производная функции f(x) отрицательна?



**Рекомендация.** В период подготовки нужно рассматривать разные типы таких заданий (по графику функции или по графику производной).

**Задание 7**

На рисунке изображены график функции y=f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x0. Найдите значение производной функции f(x) в точке x0.



**Рекомендация.** Следует обратить внимание на то, что прямоугольный треугольник – лишь вспомогательный инструмент. Суть задачи – найти отношение вертикального изменения функции к приращению аргумента. Разбить решение задачи на нахождение углового коэффициента касательной (значения производной функции в точке) на два этапа: первый этап – определение знака; второй этап – определение модуля значения производной.

**Задание 9**

Найдите значение выражения (54)6:522.

**Рекомендации.** Ликвидация ошибок при применении свойств логарифмов, степеней, корней – процесс, требующий длительного времени и привыкания. В период подготовки к экзаменам нужно обратить внимание на применение свойств логарифмов при нахождении значения логарифмического выражения. Такие же рекомендации можно дать для заданий на нахождение значения степенного, тригонометрического выражения.

**Задание 12**

Найдите точку максимума функции y=ln(x+7)−10x+11.

**Рекомендация.** Задание выполняется по алгоритму. Приравняв производную к нулю, нужно решить уравнение и, продолжая исследование, убедиться, что найдена точка максимума.

ЕГЭ 2019 года по математике профильного уровня показал, что наиболее трудными для участников экзамена были задания по геометрии, а при решении текстовой задачи 11 допущено большое количество ошибок. Рассмотрим несколько примеров геометрических задач.

**Задание 6**

В четырёхугольник ABCD вписана окружность, 10= 8 , BC =AB и 37=CD . Найдите четвёртую сторону четырёхугольника.

**Рекомендация**. В несложных геометрических заданиях, подобных данному, не следует полагаться на очевидность. Начинать решение нужно с формулирования утверждения «Если в четырёхугольник можно вписать окружность, то суммы длин противоположных сторон равны». Рисунок в геометрической задаче нужно воспринимать как изображение взаимного расположения элементов, но нельзя относиться к нему как к чертежу, где соблюдены все размеры. При подготовке к экзамену можно нарисовать свой рисунок, и уже с использованием этого рисунка решать задачу. Работа с новым рисунком позволит исключить ошибку, связанную с невнимательностью или приписыванием данной фигуре несуществующего свойства.

**Задание 8**

Во сколько раз увеличится объём конуса, если радиус его основания увеличится в 5 раз, а высота останется прежней?

Даны два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 16. У второго цилиндра высота в 4 раза меньше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.

**Рекомендация.** При решении таких задач следует наглядный метод решения (устный) обязательно проверять решением с помощью формул, добиваясь совпадения результатов при двух методах решения. Следует обратить внимание на то, что в трёхмерном пространстве объёмы визуально сравнить труднее, чем площади на плоскости. Задачу можно решать из наглядных соображений: цилиндр стал ниже в 4 раза, значит, его объём стал меньше в 4 раза. Можно решать по формуле. Но смешивать эти два способа не нужно – это всегда чревато ошибками. Рекомендуется использовать при подготовке оба способа, добиваясь совпадения ответов.

Рассмотрим несколько примеров текстовых задач.

**Задание 11**

Расстояние между городами A и B равно 510 км. Из города A в город B со скоростью 70 км/ч выехал первый автомобиль, а через три часа после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 80 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города A автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Два велосипедиста одновременно отправились в 108-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 128 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью, на 8 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 8 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из B в A. Ответ дайте в км/ч.

**Общие рекомендации.** Сложность заданий заключается и в том, что при решении квадратного уравнения иногда дискриминант получается большим – пятизначным, и извлечь корень из пятизначного числа оказывается очень трудной задачей. От ошибок по невнимательности спасает только перепроверка ответов как заключительная и обязательная часть экзамена. Следует отметить, что проверку ответа не нужно делать сразу после решения задачи – инертность мышления приведёт к тому, что ошибка будет сделана вторично. Наиболее эффективный путь – проверка ответов перед тем, как сдать работу, или по окончании определённого этапа (части, группы заданий и т.п.). Обязательно следует проверять полученный ответ в задаче «на здравый смысл». Обнаружив при повторном чтении, что нужно узнать скорость, которая на 8 км/ч выше вчерашней, можно заметить, что ответ 8 неверен, ибо это означало бы, что вчера велосипедист ехал со скоростью 0 км/ч.

При индивидуальной подготовке к экзамену рекомендуется изучить следующие материалы, опубликованные на официальном сайте ФГБНУ «ФИПИ» или по ссылке ***http://fipi.ru/materials*** демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2020 года по математике. Профильный уровень; спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2020 году единого государственного экзамена по математике. Профильный уровень; кодификатор требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена по математике; кодификатор элементов содержания по математике для составления контрольных измерительных материалов для проведения единого государственного экзамена; Видеоконсультации по подготовке к ЕГЭ от руководителей и членов комиссий по разработке КИМ ЕГЭ, экспертов региональных предметных комиссий, преподавателей школ. ЕГЭ-2020. Математика. Видеоконсультация. Министерство Просвещения Российской Федерации. Домашний час. И.В. Ященко. https://vk.com/minprosvet?z=video-30558759\_456239834%2Fpl\_wall\_-30558759

При индивидуальной подготовке к экзамену нужно использовать задачи из Открытого банка заданий ЕГЭ по математике профильного уровня, размещенного на официальном сайте ФГБНУ «ФИПИ». Задания по математике распределены по следующим разделам: алгебра, уравнения и неравенства, функции, начала математического анализа, геометрия, элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей. При выявлении затруднений в решении заданий определённых разделов рекомендуется для подготовки брать задачи из этого банка. При индивидуальной подготовке к экзамену полезно изучить материалы, опубликованные на сайте ФГБНУ «ФИПИ» www.fipi.ru в разделе «ЕГЭ», а также «Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2019 года по математике» (можно воспользоваться аналогичными материалами более ранних лет). Полезно использовать дистанционные сервисы и учебные пособия. На портале Московской электронной школы в разделе «Мои достижения» есть библиотека вариантов для самопроверки, уроки повторения материала. На портале Российской электронной школы в разделе «Мои достижения» есть библиотека вариантов для самопроверки. Видеоуроки и тренинги портала Яндекс.Школа. Диагностику по вариантам, соответствующим демонстрационному варианту ЕГЭ, проводят региональные Центры диагностики. Пособия с типовыми вариантами для подготовки к ЕГЭ профильного уровня (прошедшие научно-методическую оценку в ФГБНУ «ФИПИ»)